

PM -

**STUDI PENALARAN DEDUKTIF MAHASISWA PGMI STAIN PURWOKERTO
DITINJAU DARI KEMAMPUAN PEMBUKTIAN MATEMATIKA**

Mutijah

Sekolah Tinggi Agama Islam Negeri (STAIN) Purwokerto

Abstrak

Penalaran yang digunakan dalam bukti matematis disebut penalaran deduktif. Penalaran matematis ini banyak digunakan di luar matematika karena penalaran ini mengikuti standar-standar validitas yang lebih ketat daripada standar-standar yang diterapkan dalam kehidupan sehari-hari atau dalam bidang-bidang ilmu yang lain. Secara definisi, penalaran deduktif adalah suatu cara berpikir atau bernalar dimana pernyataan yang bersifat umum ditarik kesimpulan yang bersifat khusus. Sedangkan kebalikan dari penalaran deduktif adalah penalaran induktif yakni cara berpikir atau bernalar dengan cara menarik suatu kesimpulan yang bersifat umum dari berbagai kasus kejadian. Meskipun penalaran yang digunakan dalam bukti matematis adalah penalaran deduktif, akan tetapi pada kondisi tertentu diperbolehkan bukti matematis menggunakan bukti dengan menggunakan penalaran induktif. Bukti matematis demikian disebut dengan bukti induksi matematis.

Mahasiswa Program Pendidikan Guru Madrasah Ibtidaiyah (PGMI) Sekolah Tinggi Agama Islam Negeri (STAIN) Purwokerto adalah mahasiswa yang hanya sedikit memperoleh mata kuliah matematika. Implikasi dari ini dapat memungkinkan kurangnya kemampuan membuktikan matematika mahasiswa tersebut. Implikasi lebih lanjut juga pada kurangnya penalaran deduktif mahasiswa. Paper ini memaparkan kajian terhadap observasi satu kelas matematika pada program PGMI STAIN Purwokerto yang dapat mengilustrasikan bagaimana penalaran deduktif mahasiswa PGMI STAIN Purwokerto ditinjau dari kemampuan menyelesaikan permasalahan pembuktian matematika.

Kata kunci: Penalaran Deduktif, Pembuktian Matematika, Mahasiswa PGMI STAIN Purwokerto.

PENDAHULUAN

Berbicara istilah penalaran maka dengan sendirinya akan langsung tertuju pada kegiatan berpikir. Namun tidak semua kegiatan berpikir mengacu pada penalaran karena penalaran itu sendiri merupakan suatu kegiatan berpikir yang mempunyai karakteristik tertentu dalam menentukan kebenaran. Berdasarkan Kamus Besar Bahasa Indonesia yang dituliskan Rati Dwi A penalaran adalah :

- a. Cara menggunakan nalar; pemikiran atau cara berpikir logis; jangkauan pemikiran. Dalam hal ini maka yang tidak logis seperti kepercayaan terhadap tahayul harus dihilangkan.
- b. Hal yang mengembangkan atau mengendalikan sesuatu dengan nalar dan bukan dengan perasaan atau pengalaman.
- c. Proses mental dengan mengembangkan pikiran dari beberapa fakta atau prinsip.

Sedangkan definisi penalaran yang diambil dari tugas e-learning Universitas Gunadarma dan Wikipedia Bahasa Indonesia serta Ensiklopedia bebas.

Penalaran adalah proses berpikir yang bertolak dari pengamatan indera (pengamatan empirik) yang menghasilkan sejumlah konsep dan pengertian. Hal yang sama dituliskan juga pengertian

penalaran dari beberapa ahli oleh Rati Dwi A bahwa penalaran atau reasoning merupakan suatu konsep yang paling umum menunjuk pada salah satu proses pemikiran untuk sampai pada suatu kesimpulan sebagai pernyataan baru dari beberapa pernyataan lain yang telah diketahui, bahwa penalaran adalah suatu aktivitas berpikir dalam pengambilan kesimpulan yang berupa pengetahuan, sebagaimana menurut Keraf yang dituliskan oleh Rati Dwi A bahwa penalaran adalah suatu proses berpikir dengan menghubungkan-hubungkan bukti, fakta, petunjuk, atau eviden, menuju pada suatu kesimpulan. Dari Kamus Besar Bahasa Indonesia dan definisi dari beberapa ahli tersebut selanjutnya dapat disimpulkan oleh Rati Dwi A bahwa penalaran adalah suatu proses berpikir manusia untuk menghubungkan fakta-fakta atau data yang sistematis menuju suatu kesimpulan berupa pengetahuan atau dengan kata lain, penalaran merupakan sebuah proses berpikir untuk mencapai suatu kesimpulan yang logis.

Penalaran sebagai sebuah kemampuan berpikir, memiliki dua ciri pokok yakni logis dan analitis. Logis artinya bahwa proses berpikir ini dilandasi oleh logika tertentu. Sedangkan analitis mengandung arti bahwa proses berpikir ini dilakukan dengan langkah-langkah teratur seperti yang dipersyaratkan oleh logika yang digunakannya. Ini sejalan dengan cara berpikir masyarakat yang dapat dibagi dalam dua cara berpikir yakni berpikir secara analitik dan non analitik. Hal ini juga sesuai dengan ciri-ciri penalaran yakni

- a. Adanya suatu pola berpikir yang secara luas disebut logika.
- b. Sifat analitik dari proses berpikir. Analisis pada hakikatnya merupakan suatu kegiatan berpikir berdasarkan langkah-langkah tertentu.

Definisi-definisi di atas dapat mengantarkan pada suatu cara penalaran atau yang sering dikatakan dengan suatu metode penalaran atau metode menalar. Dalam metode penalaran dikenal adanya dua metode berpikir atau dua penalaran yakni metode berpikir induktif dan metode berpikir deduktif atau istilah lainnya penalaran induktif dan penalaran deduktif atau juga ada yang mengatakan logika induktif dan logika deduktif. Metode berpikir deduktif adalah metode berpikir yang menerapkan hal-hal yang umum terlebih dahulu untuk seterusnya dihubungkan dalam bagian-bagian yang khusus. Atau dengan kata lain penalaran deduktif atau logika deduktif adalah suatu cara berpikir dimana pernyataan yang bersifat umum ditarik kesimpulan yang bersifat khusus. Metode berpikir atau penalaran induktif dan deduktif ini sejalan dengan penalaran ilmiah yang juga dibedakan dalam penalaran induktif yang berujung pada empirisme dan penalaran deduktif yang berujung pada rasionalisme.

Matematika mempunyai peran penting dalam berpikir deduktif sehingga mudah diikuti dan dilacak kebenarannya. Peran penting matematika dalam berpikir deduktif atau penalaran deduktif dapat ditampakan dalam suatu pembuktian matematika. Ketika kelas matematika sedang membuktikan suatu kebenaran dalam permasalahan matematika maka akan nampak individu yang mempunyai kemampuan penalaran deduktif. Mahasiswa Program Pendidikan Guru Madrasah Ibtidaiyah (PGMI) Sekolah Tinggi Agama Islam Negeri (STAIN) Purwokerto misalnya adalah mahasiswa yang kemampuan matematikanya dapat dibilang kurang karena mayoritas adalah alumni Madrasah Aliyah yang jam matematikanya lebih sedikit dan mayoritas adalah mahasiswa yang setelah mendaftar di Perguruan Tinggi yang berkualitas tidak dapat diterima atau dengan kata lain mahasiswa sisa-sisa (hasil wawancara pada saat pertemuan mahasiswa baru dengan penasihat akademik). Disamping itu pula pada waktu mahasiswa menyelesaikan permasalahan pembuktian matematika banyak mahasiswa yang menyelesaikan dengan menggunakan contoh kasus atau berangkat dari sebuah kasus khusus.

PEMBUKTIAN MATEMATIKA

Pada dasarnya menurut Wahyudin, pembuktian matematika adalah suatu cara yang formal untuk mengekspresikan jenis-jenis penalaran dan justifikasi tertentu. Dalam A Saepul Hamdani dkk, membuktikan merupakan tingkat tinggi, karena membuktikan memerlukan pemahaman terhadap materi, kemampuan memilih konsep dasar, kreativitas, tata bahasa, dan kekonsistenan.

Dalam matematika sering dituntut untuk membuktikan suatu pernyataan, baik yang berupa teorema, konjektur, corollary dan lain-lain. Logika matematika sangat penting untuk menentukan langkah pembuktian yang valid. Dalam logika matematika terdapat beberapa metode yang bisa digunakan untuk membuktikan suatu pernyataan. Untuk membuktikan suatu pernyataan dalam matematika diperlukan metode pembuktian yang benar dan tepat. Beberapa metode pembuktian matematika antara lain metode pembuktian langsung, metode pembuktian tidak langsung, induksi matematika, metode maju mundur, dan metode coba-coba.

Pembuktian langsung dalam matematika dilakukan dengan menguraikan premis dengan dilandasi oleh definisi, fakta atau aksioma yang ada untuk sampai pada suatu konklusi/kesimpulan. Pembuktian langsung juga bisa dilakukan dengan menguraikan salah satu ruas sehingga menjadi bentuk ruas yang lain. Selama ini pembuktian matematika yang sering digunakan adalah pembuktian langsung. Akan tetapi tidak semua pernyataan bisa/mudah dibuktikan secara langsung, sehingga bisa menggunakan metode pembuktian tidak langsung, misalnya dengan kontraposisi atau kontradiksi.

Sedangkan induksi matematika merupakan metode pembuktian yang digunakan untuk menyatakan kebenaran pernyataan yang diberikan dalam bentuk yang berhubungan dengan bilangan asli. Secara umum dapat dijelaskan cara membuktikan suatu pernyataan dengan induksi matematika adalah sebagai berikut:

1. Tunjukkan rumus benar untuk $n = 1$.
2. Jika dimisalkan untuk $n = k$, maka akan ditunjukkan benar juga untuk $n = k + 1$.
3. Jika dipenuhi (1) dan (2) maka rumus tersebut benar untuk setiap $n \in \mathbb{N}$.

Metode pembuktian yang hampir semua teknik pembuktian matematika menggunakan metode ini adalah metode pembuktian maju-mundur. Metode yang digunakan dalam melakukan proses pembuktian diperlukan proses maju. Akan tetapi sering proses maju sulit untuk digunakan dalam pembuktian sesuatu yang tidak sederhana sehingga harus mengkombinasikan dengan proses mundur.

Metode yang terakhir dalam paper ini adalah metode coba-coba, atau istilah lainnya metode trial and error. Namun metode ini tidak efisien di dalam mencari kebenaran.

PEMBUKTIAN MATEMATIKA SEBAGAI INDIKATOR PENALARAN DEDUKTIF MAHASISWA PGMI STAIN PURWOKERTO

Salah satu karakter matematika adalah berpola penalaran deduktif. Dalam pembelajaran matematika pola penalaran deduktif adalah hal yang sangat penting dan diharuskan serta merupakan salah satu tujuan yang bersifat formal, yang memberi tekanan pada penataan nalar. Meskipun pola penalaran deduktif itu sangat penting, namun dalam pembelajaran matematika terutama di jenjang pendidikan tingkat dasar baik sekolah dasar (SD) ataupun madrasah ibtidaiyah (MI) masih sangat diperlukan penggunaan pola penalaran induktif. Ini berarti penyajian matematika pada jenjang pendidikan tingkat dasar perlu dimulai dengan contoh-contoh, yaitu hal-hal yang khusus, selanjutnya secara bertahap menuju kepada suatu kesimpulan atau sifat umum. Kesimpulan itu dapat berupa suatu definisi ataupun teorema yang diangkat dari contoh-contoh tersebut. Hal ini dapat dilihat dari bagaimana mahasiswa program studi Pendidikan Guru Madrasah Ibtidaiyah (PGMI) jurusan tarbiyah Sekolah Tinggi Agama Islam Negeri (STAIN) Purwokerto dalam membuktikan matematika untuk materi bilangan dan geometri.

Ilustrasi mahasiswa PGMI jurusan tarbiyah STAIN Purwokerto dalam pembuktian matematika pada materi bilangan disajikan dalam pembuktian suatu konsep bilangan genap dan bilangan ganjil. Permasalahan yang diangkat misalnya 1) tunjukkan bahwa hasil kali dua bilangan genap adalah merupakan bilangan genap, 2) tunjukkan bahwa jumlah dua bilangan ganjil adalah merupakan bilangan genap. Untuk pembuktian matematika dua definisi bilangan tersebut pembuktian yang

benar dan tepat adalah mestinya dengan menggunakan metode pembuktian langsung dan penalaran deduktif. Artinya harus dinyatakan konsep bilangan genap atau ganjil secara umum, selanjutnya dicari hasil kali maupun hasil jumlah dari permasalahan yang dicari. Atau dengan kata lain pembuktian dilakukan dengan menggunakan pembuktian deduktif bukan pembuktian induktif. Sehingga untuk pembuktian definisi kesatu dan kedua di atas semestinya dibuktikan berturut-turut sebagai berikut:

- 1) Misal a dan b adalah sebarang bilangan genap, maka a dan b berturut-turut dapat dinyatakan sebagai $a = 2k$ dan $b = 2l$, $k, l \in \text{Bilangan bulat}$. Sehingga $a \times b = 2k \times 2l = 2(2kl) = 2p$, $p \in \text{Bilangan bulat}$.

Demikian juga untuk definisi yang kedua, pembuktian matematika deduktifnya adalah sebagai berikut:

- 2) Misal a dan b adalah sebarang bilangan ganjil, maka a dan b berturut-turut dapat dinyatakan sebagai $a = 2k+1$ dan $b = 2l+1$, $k, l \in \text{Bilangan bulat}$. Sehingga $a + b = (2k+1) + (2l+1) = 2k + 2l + 2 = 2(k+l+1) = 2m$, $m \in \text{Bilangan bulat}$.

Sering pembuktian matematika untuk definisi di atas, mahasiswa PGMI jurusan tarbiyah STAIN Purwokerto melakukan dengan menggunakan contoh kasus sebagaimana berikut adalah salah satu contoh hasil kerja salah seorang mahasiswa :

- 1) $2 \times 2 = 4$
 $2 \times 6 = 6$

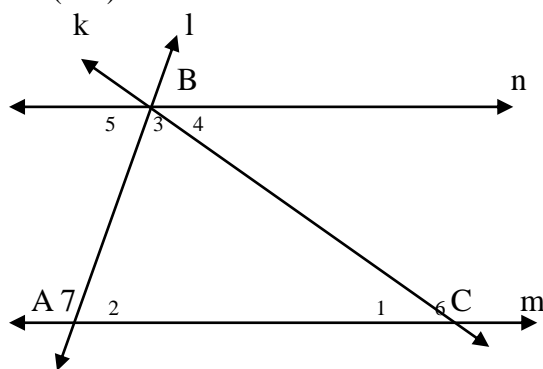
Bilangan genap dikalikan bilangan genap maka hasilnya genap.

- 2) $1 + 3 = 4$
 $3 + 4 = 7$

Apabila ada bilangan ganjil ditambah ganjil maka hasilnya genap. Bilangan ganjil akan tetap ganjil jika ditambah bilangan genap.

Dari hasil observasi terhadap satu kelas mahasiswa PGMI diperoleh dari 35 mahasiswa yang mengerjakan dengan pembuktian deduktif ada sebanyak 18 mahasiswa dan 17 mahasiswa dengan pembuktian induktif sehingga ada sebanyak 48,57 % mahasiswa yang mengerjakan dengan pembuktian induktif.

Di dalam permasalahan geometri dapat diilustrasikan bagaimana mahasiswa mengerjakan pembuktian matematika dalam contoh permasalahan berikut. Jika garis m sejajar garis n dan dipotong oleh garis k dan garis l seperti pada gambar di bawah. Tunjukkan bahwa $m(\angle 3) + m(\angle 4) + m(\angle 5) = 180^\circ$.



Misal diketahui segitiga ABC seperti pada gambar di atas. Misal garis l sama dengan garis AB . Karena sifat titik dan garis maka ada satu garis $m \parallel n$ (m sejajar n) melalui titik B . Oleh karena itu garis AB dan BC merupakan transversal-transversal (garis potong) garis m dan garis n . Karena itu $\angle 1$ dan $\angle 4$ merupakan sudut dalam berseberangan yang kongruen. Dengan cara yang sama $m(\angle 2) = m(\angle 5)$. Sehingga :

$$m(\angle 1) = m(\angle 4)$$

$$m(\angle 2) = m(\angle 5)$$

$$m(\angle 3) = m(\angle 3), \text{ dan}$$

$$m(\angle 5) + m(\angle 3) + m(\angle 4) = 180^\circ \text{ (membentuk sudut lurus).}$$

$$m(\angle 1) + m(\angle 2) + m(\angle 3) = m(\angle 5) + m(\angle 3) + m(\angle 4) = 180^\circ$$

Pengerjaan pembuktian matematika tersebut merupakan pengerjaan bukti deduktif karena tidak mengambil untuk suatu contoh kasus dan ini semestinya yang seharusnya dilakukan dalam pembuktian matematika. Hasil observasi, beberapa mahasiswa PGMI jurusan tarbiyah STAIN Purwokerto masih mengerjakan pembuktian matematika untuk permasalahan tersebut dengan memulai dari suatu contoh kasus. Salah satu ilustrasi dapat diambil dari contoh hasil mengerjakan pembuktian matematika sebagai berikut:

Sudut dalam berseberangan besarnya sama : $m(\angle 3) = m(\angle 1)$, $m(\angle 7) = m(\angle 1)$.

Jika $m(\angle 3) = 60^\circ$ maka $m(\angle 2) = 60^\circ$, karena $m(\angle 3)$ dan $m(\angle 2) = 60^\circ$ maka $m(\angle 1) + m(\angle 2) + m(\angle 3) = 60^\circ + 60^\circ + 60^\circ = 180^\circ$.

Pengerjaan pembuktian matematika ini merupakan pembuktian matematika induktif karena dimulai dengan menunjuk salah satu sudut tertentu yang besarnya adalah 60° . Dari hasil observasi dari satu kelas PGMI yang jumlah mahasiswanya 35 mahasiswa didapat 9 mahasiswa yang membuktikan dengan pembuktian matematika induktif. Ini artinya terdapat 25,71 % mahasiswa masih mengerjakan pembuktian matematika induktif.

KESIMPULAN

Dari pemaparan studi literatur di atas dapat disimpulkan bahwa:

1. Penalaran deduktif atau logika deduktif adalah suatu cara berpikir dimana pernyataan yang bersifat umum ditarik kesimpulan yang bersifat khusus. Penalaran deduktif ini dapat diindikasikan dari kemampuan menyelesaikan permasalahan pembuktian matematika.
2. Hasil penelitian terhadap satu kelas matematika program Pendidikan Guru Madrasah Ibtidaiyah (PGMI) jurusan tarbiyah Sekolah Tinggi Agama Islam Negeri (STAIN) Purwokerto yang berjumlah 35 mahasiswa yang dalam pembuktian matematika telah mengarah pada pembuktian deduktif sebanyak 62,86% meskipun di dalam membuktikan belum seluruhnya mahasiswa dapat menyelesaikan dengan benar. Ini berarti bahwa penalaran deduktif mahasiswa PGMI STAIN Purwokerto menurut Suharsimi Arikunto dalam skripsi Mutijah termasuk kategori cukup.

DAFTAR PUSTAKA

- Andik Rachman,2012,Definisi Penalaran,<http://andikrachman.blogspot.com/2012/03/tugas-1-definisi-penalaran>,Download Minggu,21 April 2013,04:24
- A.Saepul Hamdani, dkk,2008,Matematika 1 Edisi Pertama,Surabaya :LAPIS PGMI
- Dian Novtani,Metode Ilmiah,<http://Novtani's Blog>,Download Minggu,21 April 2013,12.05
- I.Wayan Adnyana.2010,Pemikiran Induktif dan Deduktif dalam Ilmu Matematika,Download Minggu,21 April 2013,12.23
- M.Arhamul Wildan,Definisi Penalaran,<http://arhamulwildan.blogspot.com/2012/03/definisi-penalaran.html>,Download Minggu, 21 April 2013,04:20
- Rati Dwi A.Definisi Penalaran, <http://anjarsaiangst.blogspot.com/2012/03/definisi-penalaran.html>,Download Minggu, 21 April 2013,04:17
- Mutijah,1999,Penguasaan Konsep Limit Siswa SMU 2 Temanggung,Skripsi,Yogyakarta:Jurusan Pendidikan Matematika IKIP Yogyakarta
- Riani Rilanda,Peranan Induksi Matematika dalam Pembuktian Matematika,Artikel,Bandung:Prodi Teknik Informatika ITB
- Wahyudin,2007,Mengerjakan Bukti dalam Matematika,Bandung:Jurusan Pendidikan Matematika
-

UPI

Wahyudin,2007,Strategi Belajar Mengajar Matematika,Bandung:Jurusan Pendidikan Matematika

UPI

_____,Definisi Penalaran, <http://cekiber69.blogspot.com/2012/03/definisi-penalaran.html>
,Download Minggu 21 April 2013,04:25

_____,Penalaran,<http://id.wikipedia.org/wiki/Penalaran>,Download 21 April 2013,04:09

_____,Definisi Penalaran, <http://nicokani.blogspot.com/2012/03/definisi-penalaran.html>